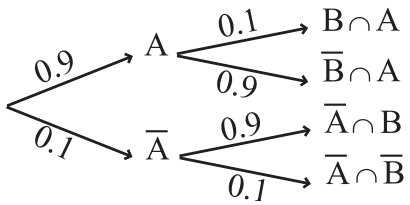
QCM - VRAI - FAUX

QCM

Cocher la réponse exacte.



1. On représente une expérience aléatoire par l'arbre de probabilité ci-contre.
   a. La probabilité de B sachant A est égale à
   ☐ 0.9. ☐ 0.1. ☐ 0.09.

   b. La probabilité de l'événement $\overline{A} \cap \overline{B}$ est égale à
   ☐ 0.01. ☐ 0.1. ☐ 0.2.

   c. La probabilité de l'événement A sachant B est égale à
   ☐ 0.09. ☐ 0.5. ☐ 0.9.

2. Si X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 0.1 alors l'arrondi au centième de $p(X > 10)$ est
   ☐ 0.63. ☐ 0.37. ☐ 0.91.

3. Une variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètre 3 et $\frac{1}{3}$.
   La probabilité de l'événement $X > 2$ est
   ☐ $\left(\frac{1}{3}\right)^3$. ☐ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$. ☐ $C_3^2\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^2$.

VRAI - FAUX

Répondre par vrai ou faux en justifiant la réponse.

1. Si deux événements A et B sont indépendants alors $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$.
2. Si $A \cup B$ est l'événement certain alors pour tout événement C,
   $p(C) = p(A \cap C) + p(B \cap C)$.
3. Dans une expérience aléatoire, la probabilité d'un événement A est égale à 0.2.
   On répète huit fois cette expérience de façon indépendante.
   La probabilité que l'événement A se réalise au moins une fois est égale à $1 - (0.8)^8$.
4. Les situations de tirages sans remise obéissent à une loi binomiale.
5. La probabilité de choisir au hasard un réel entre 0 et 0.0000001 est égale à 0.

Exercices et problèmes

1 Dans une urne, une boule est numérotée 1, deux boules sont numérotées 2, trois boules sont numérotées 3, quatre boules sont numérotées 4,... et enfin neuf boules sont numérotées 9.
1. Combien y a-t-il de boules dans l'urne ?
2. On tire deux boules simultanément et au hasard.
a. Quelle est la probabilité que les deux numéros soient pairs ?
b. Quelle est la probabilité que la somme des deux numéros obtenus soit supérieure ou égale à 3 ?
c. Quelle est la probabilité que la somme des deux numéros obtenus soit inférieure ou égale à 15 ?
3. On tire quatre boules successivement, sans les remettre dans l'urne, et on les aligne dans l'ordre où on les a tirées.
La probabilité d'obtenir 1983 est-elle la même que celle d'obtenir 1389 ?
4. On tire quatre boules successivement, en les remettant dans l'urne, et on les aligne dans l'ordre où on les a tirées.
La probabilité d'obtenir 1983 est-elle la même que celle d'obtenir 1389 ?

2 Un élève effectue un sondage dans sa classe (qui comprend 40 élèves). Les 40 élèves ont répondu par oui ou par non au trois questions « Aimez-vous les mathématiques ? », « Aimez-vous la philosophie ? » et « Aimez vous le sport ? ».
La première question a obtenu 31 « oui », la deuxième question, un « oui » et la troisième question, 9 « oui ».
Un supplément d'enquête a donné les résultats suivants.
1 élève aime seulement la philosophie,
3 élèves aiment seulement le sport,
25 élèves aiment seulement les mathématiques.
Quelle est la probabilité qu'un élève interrogé au hasard,
1. Aime à la fois les trois matières ?
2. Aime les mathématiques et n'aime pas le sport ?
3. N'aime pas la philosophie et les mathématiques ?
4. N'aime aucune matière ?
5. Aime au moins une matière ?

3 Le programme d'une épreuve d'examen comporte 100 questions. Un candidat n'en étudie que 80. lors d'un examen, le candidat tire au sort trois questions, quelle est la probabilité qu'il ait étudié,
1. les trois questions proposées,
2. deux questions seulement,
3. une seule question,
4. aucune des trois,
5. au moins une des trois.

4 Lors d'un concours la première épreuve est une épreuve de mathématiques, la deuxième épreuve est une épreuve de sciences physiques.
Un élève a 80% de chance de réussir la première épreuve, s'il réussit la première épreuve il aura 75% de chance de réussir la deuxième épreuve,
et s'il ne réussit pas la première épreuve il aura 40% de chance de réussir la deuxième épreuve.
On désigne par M l'événement « l'élève réussit la première épreuve » et par S l'événement « l'élève réussit la deuxième épreuve ».
Déterminer $p(M)$, $p(S/M)$, $p(S/\overline{M})$ et $p(S)$.

5 Le personnel d'une grande entreprise est réparti en trois catégories, les ingénieurs, les techniciens et le personnel administratif.
10% des employés sont des ingénieurs et 80 % sont des techniciens.
80% des employés sont des femmes, 60% des ingénieurs sont des hommes et 90% des techniciens sont des femmes.
On intérroge un employé au hasard.
1. a. Quelle est la probabilité d'interroger une femme ingénieur ?
b. Quelle est la probabilité d'interroger un homme technicien ?
c. Quelle est la probabilité d'interroger une femme du personnel administratif ?
2. On sait que l'employé interrogé est une femme.
a. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit technicienne ?
b. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit ingénieur ?
3. On sait que l'employé interrogé est un ingénieur.
a. Quelle est alors la probabilité que ce soit une femme ?
b. Quelle est alors la probabilité que ce soit un homme ?

6 Un magasin vend deux types de téléphones portables : des modèles de marque A et des modèles de marque B.

Le magasin propose deux types d'abonnement : un abonnement de type I et un abonnement de type II.
Le service marketing effectue une enquête sur un échantillon de 2000 clients ayant acheté chez ce magasin un seul téléphone et choisi un seul abonnement.
Sur les 2000 clients, 1200 ont acheté le modèle A.
Sur les 2000 clients, 960 ont choisi l'abonnement I.
On note S l'événement « avoir acheté le modèle A » et C «avoir choisi l'abonnement I »
Un client est choisi au hasard dans l'échantillon.
1. Quelle est la probabilité qu'il ait acheté le modèle A ?
2. Parmi les clients qui ont acheté le modèle A , 32% ont choisi l'abonnement I.
a. Quelle est la probabilité que le client ait acheté le modèle A et choisi l'abonnement I ?
b. Quelle est la probabilité que le client ait acheté le modèle B et choisi l'abonnement II ?

7 Une urne contient huit jetons :

- trois noirs portant tous le numéro 1,
- trois noirs portant tous le numéro 2,
- un vert portant le numéro 1,
- un vert portant le numéro 2.

Une épreuve consiste à extraire au hasard deux jetons selon une procédure déterminée par le lancer d'une pièce truquée.
Si l'on obtient pile, on extrait deux jetons simultanément.
Si l'on obtient face, on extrait les deux jetons successivement sans remise.
Lors du lancer de la pièce, la probabilité d'obtenir pile est égale à $\frac{7}{15}$.
On note P l'événement « obtenir pile », F l'événement « obtenir face », A « les deux jetons portent le même numéro ou ont la même couleur »,
B « les deux jetons portent le même numéro et ont la même couleur »,
C « les deux jetons tirés ont la même couleur »,
D « les deux jetons tirés portent le même numéro ».
1. Déterminer les probabilités $p(C/P)$, $p(D/P)$, $p(B/P)$ et $p(A/P)$.
2. Déterminer $p(A/F)$ et en déduire $p(A)$.

8 Deux joueurs X et Y s'entraînent au tir à la cible.
Le joueur X est expérimenté et atteint sa cible 9 fois sur 10 et le joueur Y est débutant et atteint sa cible 4 fois sur 10.
X laisse Y s'entraîner et n'effectue qu'un tir sur trois.
Un des joueurs tire et la cible est atteinte.
Quelle est la probabilité que ce soit Y ?

9 Un joueur est en présence de deux urnes A et B.
Dans l'urne A, il y a trois boules blanches et cinq boules rouges.
Dans l'urne B, il y a sept boules blanches et cinq boules rouges.
Le joueur dispose de deux dés non pipés et de couleurs différentes qu'il lance une fois.
Si le total des points obtenus est inférieur ou égal à 7, il choisit l'urne A.
Si le total des points obtenus est strictement supérieur à 7, il choisit l'urne B.
Il tire alors dans l'urne choisie successivement quatre boules sans remise.
1. Calculer la probabilité qu'il obtienne 2 boules blanches et 2 boules rouges.
2. Calculer la probabilité qu'il n'obtienne que des boules rouges.
3. Le joueur n'obtient que des boules rouges. Quelle est la probabilité p que ce soit l'urne B qui ait été choisie ?

10 Deux amis se rendent indépendamment l'un de l'autre sur un lieu de vacances.
Les jours d'arrivée possibles pour chacun des deux amis sont numérotés de 1 à 8.
Les deux amis choisissent chacun leur jour d'arrivée au hasard, il reste alors trois jours dans ce lieu à attendre l'autre, puis reparte.
Leurs séjours possibles se situent au cours de la période comportant les journées numérotées de 1 à 10.
1. Calculer la probabilité que les deux amis arrivent le même jour.
2. Calculer la probabilité que les deux amis arrivent avec un jour d'écart.
3. Calculer la probabilité que les deux amis puissent se rencontrer.
4. On sait que les deux amis se sont rencontrés. Quelle est la probabilité qu'ils aient pu passer ensemble au moins deux jours ?

11 Un individu essayant de réduire sa consommation de cigarettes, applique les conditions suivantes
C_1 : s'il reste un jour sans fumer alors la probabilité pour qu'il fume le lendemain est de 0.2

C_2 : par contre s'il cède et fume un jour alors la probabilité qu'il fume le lendemain est égale 0.7.
On note F_n l'événement « l'individu fume le $n^{ème}$ jour » et p_n la probabilité de l'événement F_n.
1. A l'aide d'un arbre de choix, déterminer les probabilités des événements
(F_{n+1}/F_n), $(\overline{F_{n+1}}/F_n)$, $(F_{n+1}/\overline{F_n})$ et $(\overline{F_{n+1}}/\overline{F_n})$.
2. En déduire que pour tout entier $n \geq 1$,
$p_{n+1} = 0.5\, p_n + 0.2$
3. Soit (a_n) la suite définie par
$a_n = p_n - 0.4$, $n \geq 1$.
a. Montrer que (a_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et la limite.
b. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$. Interpréter.

12 Des personnes P_1, P_2,...,P_n,... se transmettent une information dans cet ordre. Chaque personne transmet l'information de manière fidèle avec une probabilité égale à 0.9 ou la change en son contraire avec une probabilité égale à 0.1.
On suppose que la première personne possède l'information non déformée.
Pour tout $n \geq 1$, on note A_n l'événement « la $n^{ème}$ personne possède l'information non déformée » et p_n sa probabilité.
1. Calculer p_1 et p_2.
2. Utiliser un arbre pour calculer p_3.
3. Montrer que pour tout $n \geq 1$, $p_{n+1} = 0.8p_n + 0.1$
4. a. Soit (q_n) la suite définie par $q_n = p_n - \frac{1}{2}$, $n \geq 1$.
Montrer que (q_n) est une suite géométrique.
b. Exprimer alors p_n en fonction de n.
5. Quelle est la probabilité que la $20^{ème}$ personne possède l'information non déformée ?
6. Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} p_n$.

13 Un dé cubique a trois faces portant le numéro 1, deux faces portant le numéro 2 et une face portant le numéro 3.
On lance le dé deux fois et on désigne par X la variable aléatoire qui donne la somme des nombres obtenus.
1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
3. Déterminer la fonction de répartition F de X et tracer sa courbe.

14 Un sac contient 10 jetons dont quatre sont rouges et six sont blancs.
On extrait les jetons un à un sans remise.
Soit X la variable aléatoire égale au rang d'apparition du premier jeton rouge.
Trouver la loi de X, son espérance et sa variance.

15 On lance deux dés identiques bien équilibrés.
On note X la variable aléatoire égale au plus grand des nombres obtenus et Y la variable aléatoire égale au plus petit des nombres obtenus.
1. Déterminer les lois de X et Y.
2. Calculer l'espérance de X et celle de Y, ainsi que leurs variances.

16 On jette 20 fois une pièce de monnaie.
1. Déterminer le nombre moyen de faces obtenus.
2. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces égal à 10.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces compris entre 9 et 11.
4. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces compris entre 8 et 12.
5. Déterminer la probabilité d'obtenir un nombre de faces compris entre 7 et 13.

17 Dans une production d'ampoules, la probabilité qu'une ampoule soit défectueuse est égale à 0.1.
Dans un lot de 400 ampoules, déterminer la moyenne et l'écart type de la distribution des pièces défectueuses.

18 On dispose de trois tétraèdres parfaitement équilibrés.
Chacun d'eux a une face peinte en bleu, une face peinte en jaune et deux faces peintes en rouge.
On lance simultanément les trois tétraèdres.
1. Quelle est la probabilité qu'aucune face rouge ne soit visible ?
2. Quelle est la probabilité qu'aucune face bleue ne soit visible ?
3. Soit A l'événement « les six faces rouges sont visibles.» Calculer $p(A)$.
4. On répète n fois l'expérience qui consiste à lancer les trois tétraèdres.

Calculer la probabilité p_n que l'événement A soit réalisé une et une seule fois.

19 1. On lance 2 dés non pipés. On désigne par A_2 « le total des numéros amenés est pair ».

Calculer $p(A_2)$.

2. On lance 3 dés non pipés.
On désigne par
A_3 « le total des numéros amenés est pair ».

Calculer $p(A_3)$.

3. On lance n dés non pipés.
On désigne par A_n « le total des numéros amenés est pair ».

Montrer par récurrence sur n que la suite $(p(A_n))$ est constante.

20 Un gène peut avoir deux états A « allèle dominant » ou a « allèle récessif ».
Un individu peut avoir l'un des trois génotypes suivants : « AA », « Aa » ou « aa ».
Un enfant récupère un allèle de chacun de ses deux parents.
1. On suppose que l'un des parents a le génotype « AA » et l'autre « Aa ».
a. Quelle est la probabilité que l'enfant soit de type « AA » ?
b. Quelle est la probabilité que l'enfant soit de type « Aa » ?
2. On suppose que les deux parents sont de génotype « Aa ».
a. Quelle est la probabilité que l'enfant soit de type « AA » ?
b. Quelle est la probabilité que l'enfant soit de type « Aa » ?
c. Quelle est la probabilité que l'enfant soit de type « aa » ?
3. On note p_n, q_n et r_n les probabilités respectives qu'un individu de la $n^{ème}$ génération soit de type « AA », « Aa » ou « aa ».
A l'aide d'un arbre, montrer que

a. $p_{n+1} = \left(p_n + \frac{q_n}{2}\right)^2$.

b. $r_{n+1} = \left(\frac{q_n}{2} + r_n\right)^2$.

c. $q_{n+1} = 1 - \left(p_n + \frac{q_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{q_n}{2} + r_n\right)^2$.

4. On note $\alpha = p_0 - r_0$.

a. Montrer que pour tout n, $p_n - r_n = \alpha$.

b. Montrer que pour tout n, $2r_n + q_n = 1 - \alpha$.

5. En déduire que les suites (p_n), (q_n) et (r_n) sont constantes.

21 Dans une foire une publicité annonce « Un billet sur deux est gagnant, achetez deux billets »
Dans cet exercice, on suppose qu'effectivement, sur le nombre de billets en vente, exactement un billet sur deux est gagnant.
1. Un jour , cent billets sont mis en vente. Un promeneur en achète deux.
Calculer la probabilité qu'il ait au moins un billet gagnant.
2. Un autre jour, 2n billets sont mis en vente. Un promeneur en achète deux.

Soit p_n la probabilité qu'il ait au moins un billet gagnant.

a. Montrer que $p_n = \frac{3n-1}{4n-2}$.

b. Calculer p_1 et expliquer le résultat.

c. Montrer que pour tout entier n non nul, $\frac{3}{4} \le p_n \le 1$.

3. Tous les jours, 2n billets sont mis en vente.
Un promeneur revient chaque jour, pendant 3 jours, acheter deux billets.

a. Quelle est la probabilité q_n , qu'il obtienne au cours des ces 3 jours au moins un billet gagnant ?

b. Etudier la limite de la suite (q_n).

22 Dans une loterie, on suppose que chaque billet a une chance sur 100 d'être gagnant.
1. On suppose qu'on achète n billets et on note A l'événement « avoir au moins un billet gagnant ».
Exprimer en fonction de n la probabilité de l'événement A.
2. Combien de billets faut-il acheter pour que la probabilité d'avoir au moins un billet gagnant soit supérieur à 0.5 ?

Exercices et problèmes

23 Un sac contient n boules rouges et 2n boules noires indiscernables au toucher et ayant chacune la même probabilité d'être tirée. On tire simultanément trois boules du sac.

1. Quelle est la probabilité p_n pour que parmi ces trois boules, il y ait une seule rouge ?

En déduire que (p_n) possède une limité finie que l'on notera p.

2. Quelle est la probabilité q_n pour que parmi ces trois boules, il y ait au moins une Rouge ? En déduire que (q_n) possède une limité finie que l'on notera q.

3. On effectue trois tirages successifs d'une seule boule en remettant la boule tirée dans le sac avant d'effectuer le tirage suivant.

a. Montrer que la probabilité d'obtenir une seule boule rouge est égale à p.

b. Montrer que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge est égale à q.

24 Un lot de n pièces contient une pièce défectueuse.

1. Une machine les teste une par une, jusqu'à détecter la pièce défectueuse.

Elle effectue le $n^{ème}$ test, dans le cas où il ne reste que la pièce défectueuse.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de tests effectués.

a. Quelle est la probabilité qu'il y ait un seul test ?

b. Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement deux tests ?

c. Déterminer la loi de probabilité de X.

d. Calculer l'espérance et la variance de X.

(On rappelle que $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$).

2. Dans cette question, on suppose que les tests sont effectués par un homme et que s'il ne reste que deux pièces, celui-ci ne fait alors qu'un test supplémentaire.

On note Y la variable aléatoire égale au nombre de tests effectués.

a. Quelle est la probabilité qu'il y ait un seul test ?

b. Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement $n-1$ tests ?

c. Déterminer la loi de probabilité de Y.

d. Calculer l'espérance et la variance de Y.

25 Un joueur joue à pile ou face avec la règle suivante :

Il gagne dès que le nombre de fois où pile apparaît dépasse de deux le nombre de fois où face apparaît.

Il perd dès que le nombre de fois où face apparaît dépasse de deux le nombre de fois où pile apparaît.

On suppose que la pièce utilisée par le joueur est truquée de sorte qu'elle amène pile avec la probabilité $\frac{5}{12}$ et face avec la probabilité $\frac{7}{12}$.

1. Montrer que le joueur doit jouer un nombre pair de lancers pour gagner.

2. Calculer la probabilité pour que le joueur gagne au plus au bout de 2 lancers.

3. Calculer la probabilité pour que le joueur gagne au plus au bout de 4 lancers.

4. Calculer la probabilité pour que le joueur gagne au plus au bout de n lancers.

5. Calculer la probabilité pour que le joueur gagne au plus au bout de 20 lancers.

26 On choisit un nombre x au hasard dans l'intervalle $[0,1]$.

1. Quelle est la probabilité que x soit égal à 0.1 ? 0.0005 ? 0.99999 ?

2. Quelle est la probabilité que x appartienne à l'intervalle $[0.5,1]$?

3. Quelle est la probabilité que x appartienne à l'intervalle $[0.001,\ 0.002]$?

4. Quelle est la probabilité que x soit plus petit que 0.99999 ?

5. Quelle est la probabilité que x soit plus gand que 0.99999 ?

27 Dans la journée, un bus passe toutes les 20 minutes à une station.

Soit X le temps d'attente d'une personne à cette station.

On suppose que X suit une loi uniforme sur $[0,20]$.

1. Quelle est la probabilité que cette personne attende entre 2 et 5 minutes ?

2. Quelle est la probabilité que cette personne attende entre 10 et 13 minutes ?

3. Quelle est la probabilité que cette personne attende exactement 3 minutes ?

4. Quelle est la probabilité que cette personne attende moins de 3 minutes ?

5. Quelle est la probabilité que cette personne attende plus de 3 minutes ?

28 On suppose que la durée de vie X, exprimée en années d'une machine suit une loi exponentielle de paramètre 0.2.

1. a. Calculer la probabilité que $X = 10$.
   b. Calculer la probabilité que $X \leq 10$.
   c. Calculer la probabilité que $X \geq 10$.
2. Déterminer le réel c tel que $P(X \leq c) = P(X \geq c)$.

29 La durée de vie exprimée en années, d'un robot jusqu'à ce que survienne la première panne suit une loi exponentielle de paramètre 0.0005.

1. Calculer la probabilité qu'un robot ait une durée de vie comprise entre 5 et 8 ans.
2. Calculer la probabilité qu'un robot dépasse 5 ans de durée de vie.
3. Calculer la probabilité qu'un robot dépasse 8 ans de durée de vie.

30 Une machine fabrique des cylindres. On mesure l'écart X, en dixièmes de millimètres, entre le diamètre des cylindres et la valeur de réglage de la machine.
On suppose que cet écart suit une loi exponentielle de paramètre 1.5.

1. Calculer à 10^{-3} prés, $P(X \leq 1)$, $P(X \geq 2)$ et $P(1 \leq X \leq 2)$.

Si l'écart est inférieur à 1, le cylindre est accepté.
Si l'écart est compris entre 1 et 2, on procède à une rectification qui permet d'accepter le cylindre dans 80% des cas.
Si l'écart est supérieur à 2, le cylindre est refusé.

2. On prélève au hasard un cylindre dans la production.
   a. Quelle est la probabilité qu'il soit accepté ?
   b. On sait qu'il est accepté, quelle est alors la probabilité qu'il ait subit une rectification ?

31 La durée de vie d'une machine, exprimée en années, jusqu'à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ.

1. Déterminer λ à 10^{-1} prés, pour que $P(X > 6) = 0.3$.

Dans la suite de l'exercice on prendra $\lambda = 0.2$.

2. A quel instant t, à un mois prés, la probabilité qu'une machine tombe en panne pour la première fois est-elle de 0.5 ?
3. Calculer la probabilité qu'une machine n'ait pas de panne au cours des deux premières années de sa vie.
4. On considère un lot de cinq machines fonctionnant de manière indépendante.
   Déterminer la probabilité que dans ce lot, il ait au moins une machine qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années.

Q C M

1. a/ La probabilité de B sachant A est 0,1
   b/ La probabilité de $\overline{A} \cap \overline{B}$ est égale à 0,1x0,1 = 0,01
   c/ La probabilité de A sachant B

est : $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B \cap A)}{P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A})} = \frac{0,09}{0,09+0,09} = 0,5$

2. Si X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,1
   Alors $P(X>10) = e^{-0,1 \times 10} = e^{-1} \approx 0,37$

3. $P(X>2) = P(X=3) = C_3^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^0 = \left(\frac{1}{3}\right)^3$

VRAI-FAUX

1. Faux
   Justification : si A et B sont indépendants alors $P(A \cap B) = P(A).P(B)$
   Or $P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B) \neq P(A)+P(B)$ dès que P(A) et P(B) non nuls
   (contre exemple pour $A=B=\Omega$)
2. Faux justification : contre exemple pour $A=B=C=\Omega$
3. Faux en effet $P(X \geq 1) = 1-P(X=0) = 1-(0,8)^8$
4. Faux (justification : les épreuves ne sont pas identiques)
5. vrai $\forall c \in [0 ; 0,0000001]$ $p(c)=0$

EX 1 :

1. Le nombre des boules est : 1+2+ 3+...+9=9. $\frac{1+9}{2}$ *=45 (somme de 9 termes Consécutifs d'une suite arithmétique)*

2. a/ Le nombre des boules de numéros pair est 2+4+6+8=20

La probabilité que les deux numéros soient pairs est : $\frac{C_{20}^2}{C_{45}^2}=\frac{190}{990}=\frac{19}{99}$

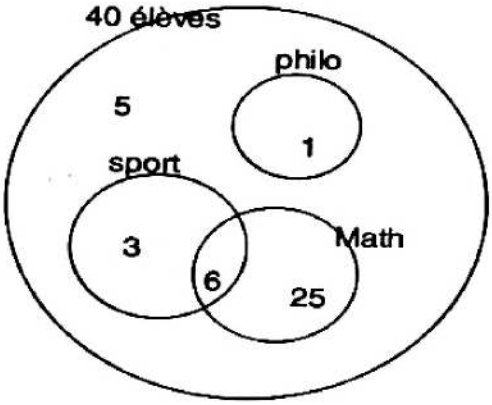
b/ P(la somme de deux numéros obtenus ≥3) = 1 (événement certain)

c/ P(S≤15)=1-P(S>15)= 1- ($\frac{7\times 9}{990}+\frac{C_{17}^2}{990}$)

3. P(1983) = $\frac{1}{45}.\frac{9}{44}.\frac{8}{43}.\frac{3}{42}$ *et* $P(1389)=\frac{1}{45}.\frac{3}{44}.\frac{8}{43}.\frac{9}{42}$ donc P(1983)=P(1389)

4. P(1983)= $\frac{1}{45}.\frac{9}{45}.\frac{8}{45}.\frac{3}{45}$ *et* $P(1389)=\frac{1}{45}.\frac{3}{45}.\frac{8}{45}.\frac{9}{45}$ donc P(1983)=P(1389)

EX 2 :



1. P(l'élève aime les trois matières)=0
2. P(l'élève aime les math et n'aime pas le sport)= $\frac{25}{40}$
3. P(l'élève n'aime pas la philo et les math)= $\frac{8}{40}$
4. P(l'élève n'aime pas les trois matières)= $\frac{5}{40}$
5. P(l'élève aime au moins une matière)= 1- P(l'élève n'aime pas les trois matières)=1- $\frac{5}{40}$

EX 3 :

1. $\frac{C_{80}^3}{C_{100}^3} = \frac{82160}{161700} = \frac{4108}{8085} \approx 0,5$
2. $\frac{C_{80}^2 . C_{20}^1}{C_{100}^3} = \frac{3160.20}{161700} = \frac{632}{1617}$
3. $\frac{C_{80}^1 . C_{20}^2}{C_{100}^3}$
4. $\frac{C_{20}^3}{C_{100}^3}$
5. $1 - \frac{C_{20}^3}{C_{100}^3}$

EX 4:

P(M)= 80% =0,8 ; P(S/M)=75%=0,75 ; P(S/$\overline{M}$)=40%=0,4
P(S) = P(S/M).P(M)+P(S/$\overline{M}$).P($\overline{M}$)= 0,75 x 0,8 + 0,4 x 0,2 =0,68

EX 5:

1. a/ P(interroger une femme ingénieur)=P(F∩I)=P(F/I).P(I)=40% .10%=0,04
   b/ P(interroger un homme tec)=P(H∩T)=P(H/T).P(T)=10% . 80% =0,08
   c/ P(interroger une femme administratif)=P(F∩A)
   On a P(F)= P(F∩I)+ P(F∩T)+ P(F∩A)⇒ P(F∩A)= P(F)- P(F∩I)- P(F∩T)
   (P(F∩T)=P(F/T).P(T)=90% . 80% =0,72) =0,8 - 0,04 - 0,72 = 0,04
2. a/ P(T/F) = $\frac{P(T \cap F)}{P(F)} = \frac{0,72}{0,8}$ =0,9
   b/ P(I/F) = $\frac{P(I \cap F)}{P(F)} = \frac{0,04}{0,8} = 0,05$
3. a/ P(F/I) = $\frac{P(F \cap I)}{P(I)} = \frac{0,04}{0,1} = 0,4$
   b/ P(H/I) = 1- P(F/I) = 1- 0,4 =0,6

EX 6 :

1. $P(S)=\frac{1200}{2000}=\frac{3}{5}=0,6$
2. a/ $P(C\cap S)=P(C/S).P(S)=0,32.0,6=0,192$

   b/ $P(C)=P(C\cap S)+P(C\cap\overline{S}) \Rightarrow P(C\cap\overline{S})=P(C)-P(C\cap S)$

   $\Rightarrow P(C\cap\overline{S})=\frac{960}{2000}-0,192=0,48-0,192=0,288$

   La probabilité pour que le client ait acheté le modèle B et choisi l'abonnement II est : $P(\overline{C}\cap\overline{S})=P(\overline{S})-P(C\cap\overline{S})=0,4-0,288=0,112$

EX 7 :

1. $p(C/P)=\frac{C_6^2+C_2^2}{C_8^2}=\frac{15+1}{28}=\frac{4}{7}$; $p(D/P)=\frac{C_4^2+C_4^2}{C_8^2}=\frac{6+6}{28}=\frac{3}{7}$

   $p(B/P)=p(C\cap D/P)=\frac{C_3^2+C_3^2}{C_8^2}=\frac{3+3}{28}=\frac{3}{14}$

   $p(A/P)=p(C\cup D/P)=p(C/P)+p(D/P)-p(C\cap D/P)=\frac{11}{14}$

2. $p(A/F)=p(C\cup D/F)=p(C/F)+p(D/F)-p(C\cap D/F)$

   $=p(C/F)+p(D/F)-p(B/F)$

   Or $p(C/F)=\frac{A_6^2+A_2^2}{A_8^2}=\frac{30+2}{56}=\frac{4}{7}$; $p(D/F)=\frac{A_4^2+A_4^2}{A_8^2}=\frac{12+12}{56}=\frac{3}{7}$

   et $p(B/F)=\frac{A_3^2+A_3^2}{A_8^2}=\frac{6+6}{56}=\frac{3}{14}$ Donc $p(A/F)=\frac{11}{14}$

   $p(A)=p(A/F).p(F)+p(A/P).p(P)=\frac{11}{14}.\frac{8}{15}+\frac{11}{14}.\frac{7}{15}=\frac{11}{14}$

EX 8 :

Désignons par A l'événement : << la cible est atteinte>>

$$P(Y/A)=\frac{P(Y\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A\cap Y)}{P(A)}=\frac{P(A/Y).P(Y)}{P(A/Y).P(Y)+P(A/X).P(X)}$$

$$=\frac{\frac{4}{10}.\frac{2}{3}}{\frac{4}{10}.\frac{2}{3}+\frac{9}{10}.\frac{1}{3}}=\frac{8}{17}$$

EX 9 :

Soit I l'évènement :<< le total des points obtenues est≤7>> $\Rightarrow P(I)=\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$

1. Désignons par E l'évènement <<Obtenir 2 boules blanches et 2 b rouges>>

$$P(E)=P(E/I).P(I)+P(E/\bar{I}).P(\bar{I})=\frac{A_3^2.A_5^2}{A_8^4}.\frac{4!}{2!2!}.\frac{7}{12}+\frac{A_7^2.A_5^2}{A_{12}^4}.\frac{4!}{2!2!}.\frac{5}{12}=\frac{1}{4}+\frac{35}{198}=\frac{169}{396}$$

2. Désignons par R l'évènement <<n'obtenir que des boules rouges>>

$$P(R)=P(R/I).P(I)+P(R/\bar{I}).P(\bar{I})=\frac{A_5^4}{A_8^4}.\frac{7}{12}+\frac{A_5^4}{A_{12}^4}.\frac{5}{12}=\frac{109}{2376}$$

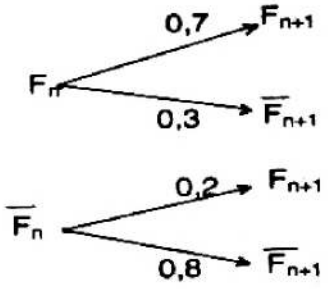
3. $P(\bar{I}/R)=\frac{P(\bar{I}\cap R)}{P(R)}=)\frac{P(R\cap\bar{I})}{P(R)}=\frac{2376}{109}.P(R/\bar{I}).P(\bar{I})=\frac{2376}{109}.\frac{A_5^4}{A_{12}^4}.\frac{5}{12}=\frac{10}{109}$

EX 10 : P_n :<<les deux amies arrivent avec n jours d'écart>>

1. P(les deux amies arrivent le même jour) $=P_0=\frac{8}{64}=\frac{1}{8}$.
2. P(les deux amies arrivent avec un jour d'écart)$=P_1=\frac{14}{64}=\frac{7}{32}$
3. P(les deux amies puissent se rencontrer)$=P(R)=P_0+P_1+P_2$
$$=\frac{1}{8}+\frac{7}{32}+\frac{12}{64}=\frac{34}{64}=\frac{17}{32}$$
4. P(les deux amies passent ensembles au moins 2 jours/ R)$=\frac{P_0+P_1}{P(R)}=\frac{11}{17}$

EX11 :

1.

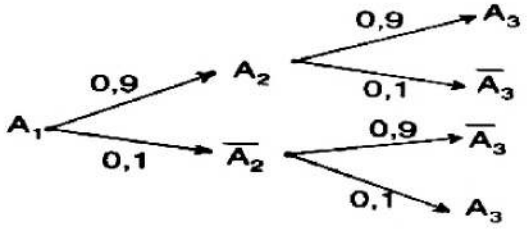


$P(F_{n+1}/F_n)=0,7$; $P(\overline{F_{n+1}}/F_n)=0,3$; $P(F_{n+1}/\overline{F_n})=0,2$; $P(\overline{F_{n+1}}/F_n)=0,8$

2. $P_{n+1}=P(F_{n+1})=P(F_{n+1}/F_n).P(F_n)+P(F_{n+1}/\overline{F_n}).P(\overline{F_n})$ (P .P. Totale)
$= 0,7 . p_n + 0,2 . (1-p_n)$
$= 0,5.p_n +0,2$
3. a. $a_{n+1}=p_{n+1}-0,4=0,5p_n+0,2-0,4=0,5p_n-0,2=0,5(p_n-0,4)=0,5.a_n$
Donc a_n est une suite géométrique de raison 0,5 donc de limite 0
b. Lim $a_n=0$ (car sa raison $\in$]-1,1[ )
$\Rightarrow$ Lim $p_n=0,4$ interprétation: La probabilitée pour que cet individu Reste enfin un fumeur est 0,4

EX 12 :

1. $P_1=P(A_1)=1$; $P_2=P(A_2)=0,9$
2.



$P_3=P(A_3)=P(A_3/A_2).P(A_2)+P(A_3/\overline{A_2}).P(\overline{A_2})=0,9\times0,9+0,1\times0,1=0,82$

3. $P_{n+1}=P(A_{n+1})=P(A_{n+1}/A_n).P(A_n)+P(A_{n+1}/\overline{A_n}).P(\overline{A_n})=0,9\times P_n+0,1\times(1-P_n)$
$=0,8\times P_n+0,1$
4. Considérons la suite $a_n = p_n +\alpha$

$a_{n+1}=p_{n+1}+\alpha=0,8\times p_n+0,1+\alpha=0,8.(p_n+\frac{0,1+\alpha}{0,8})$ si on choisi α de sorte que $\frac{0,1+\alpha}{0,8}=\alpha$ on aura a_n suite géométrique de raison 0,8

Donc pour $\alpha=-1/2$ a_n suite géométrique de raison 0,8 $a_n=a_1\times(0,8)^{n-1}$
$a_n=1/2\times(0,8)^{n-1}$ $p_n=a_n-\alpha$ $p_n= 1/2\times(0,8)^{n-1}+1/2$

Conclusion : $p_n= 1/2\times(0,8)^{n-1}+1/2$ ☺

5. $P_{20}= 1/2\times(0,8)^{19}+1/2$
6. $\lim P_n=\lim 1/2\times(0,8)^{n-1}+1/2=1/2$

EX 13:

1.

	1	1	1	2	2	3
1	**2**	**2**	**2**	**3**	**3**	**4**
1	**2**	**2**	**2**	**3**	**3**	**4**
1	**2**	**2**	**2**	**3**	**3**	**4**
2	**3**	**3**	**3**	**4**	**4**	**5**
2	**3**	**3**	**3**	**4**	**4**	**5**
3	**4**	**4**	**4**	**5**	**5**	**6**

$X(\Omega)=\{2,3,4,5,6\}$

Loi de probabilité de X:

x_i	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	9/36	12/36	10/36	4/36	1/36

2. $E(X)=\sum_{x_i\in X(\Omega)} x_i P(X=x_i)=10/3$ $V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=1,1111$

3. Pour $x\in]-\infty;2[$ $F(x)=0$
   Pour $x\in[2;3[$ $F(x)=9/36$
   Pour $x\in[3;4[$ $F(x)=21/36$
   Pour $x\in[4;5[$ $F(x)=31/36$
   Pour $x\in[5;6[$ $F(x)=35/36$
   Pour $x\in[6;+\infty[$ $F(x)=1$
   (courbe de f en escalier : très simple)

EX 14 :

$X(\Omega)=\{1;2;3;4;5;6;7\}$

$P(X=1)=4/10$; $P(X=2)=\frac{6}{10}.\frac{4}{9}$; $P(X=3)=\frac{6}{10}.\frac{5}{9}.\frac{4}{8}$; $P(X=4)=\frac{6}{10}.\frac{5}{9}.\frac{4}{8}.\frac{4}{7}$

$P(X=5)=\frac{6}{10}.\frac{5}{9}.\frac{4}{8}.\frac{3}{7}.\frac{4}{6}$; $P(X=6)=\frac{6}{10}.\frac{5}{9}.\frac{4}{8}.\frac{3}{7}.\frac{2}{6}.\frac{4}{5}$; $P(X=7)=\frac{6}{10}.\frac{5}{9}.\frac{4}{8}.\frac{3}{7}.\frac{2}{6}.\frac{1}{5}.\frac{4}{4}$

Loi de probabilité de X :

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$P(X=x_i)$	84/210	56/210	35/210	20/210	10/210	4/210	1/210

$E(X)=\sum_{x_i\in X(\Omega)} x_i P(X=x_i)=2,2$; $V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=1,76$

EX 15 :

$X(\Omega)=Y(\Omega)=\{1;2;3;4;5;6\}$

Loi de probabilité de X :

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	1/36	3/36	5/36	7/36	9/36	11/36

Loi de probabilité de Y :

y_i	1	2	3	4	5	6
$P(Y=y_i)$	11/36	9/36	7/36	5/36	3/36	1/36

$E(X)=\sum_{x_i\in X(\Omega)} x_i P(X=x_i)\approx 4,472222$ $V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2\approx 1,97145$

$E(Y)=\sum_{y_i\in Y(\Omega)} y_i P(Y=y_i)\approx 2,52777$ $V(Y)=E(Y^2)-[E(Y)]^2\approx 1,97145$

EX 16 : Désignons par X la variable Aléatoire égal au nombre de fois où on obtient face. X suit une loi binomiale de paramètres n=20 et p=1/2

1. Le nombre moyen de faces obtenus est :E(X)=n.p=20×1/2=10

2. $P(X=10)=C_{20}^{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)^{10}=C_{20}^{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{20}=\frac{184756}{1048576}=\frac{46189}{262144}$

3. $P(9\le X\le 11)=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\cdot\left[C_{20}^{9}+C_{20}^{10}+C_{20}^{11}\right]=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\cdot\left[2.C_{20}^{9}+C_{20}^{10}\right]$

4. $P(8\le X\le 12)=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\left[C_{20}^{8}+C_{20}^{9}+C_{20}^{10}+C_{20}^{11}+C_{20}^{12}\right]=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\left[2C_{20}^{8}+2.C_{20}^{9}+C_{20}^{10}\right]$

5. $P(7\le X\le 13)=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}\left[2.C_{20}^{7}+2C_{20}^{8}+2.C_{20}^{9}+C_{20}^{10}\right]$

EX 17 :

La moyenne E= 0,1×400=40

L'écart type $\sigma=\sqrt{(0,1)\times(400)\times(0,9)}=\sqrt{36}=6$

EX 18 :

1. P(aucune face rouge ne soit visible)=0

2. $P(\text{aucune face bleue ne soit visible})=\left(\frac{1}{4}\right)^{3}$

3. $P(A)=\left(\frac{2}{4}\right)^{3}=\frac{1}{8}$

4. $p_n=C_n^1.\frac{1}{8}.\left(\frac{7}{8}\right)^{n-1}=n.\frac{7^{n-1}}{8^n}$

EX 19 :

1. $p(A_2)=p(\text{pair};\text{pair})+p(\text{impair};\text{impair})=\frac{3}{6}.\frac{3}{6}+\frac{3}{6}.\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

2. $p(A_3)=p(A_2;\text{pair})+p(\overline{A_2};\text{impair})=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

3. Supposons que $p(A_n)=1/2$ et montrons que $p(A_{n+1})=1/2$

$P(A_{n+1})=p(A_n;\text{pair})+p(\overline{A_n};\text{impair})=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

Conclusion : $p(A_n)=½$ pour tout entier naturel non nul n

EX 20 :

1. a/ $p(<<AA>>)=p(A,A)=\frac{2}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

   b/ $p(<<Aa>>)=p(A,a)=\frac{2}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

2. a/ $p(<<AA>>)=p(A,A)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

   b/ $p(<<Aa>>)=p(A,a)+p(a,A)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

   c/ $p(<<aa>>)=p(a,a)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

3.

	$n^{ième}$ génération		$(n+1)^{ième}$ génération
Père / mère	AA / AA	1	$AA \rightarrow 1.p_n.p_n=p_n^2$
Père / mère	AA / Aa	1/2	$AA \rightarrow \frac{1}{2}.p_n.q_n$
		1/2	$Aa \rightarrow \frac{1}{2}.p_n.q_n$
Père / mère	Aa / AA	1/2	$AA \rightarrow \frac{1}{2}.p_n.q_n$
		1/2	$Aa \rightarrow \frac{1}{2}.p_n.q_n$
Père / mère	AA / aa	1	$Aa \rightarrow 1.p_n.r_n$
Père / mère	aa / AA	1	$Aa \rightarrow 1.p_n.r_n$
Père / mère	Aa / Aa	1/4	$AA \rightarrow \frac{1}{4}.q_n^2$
		1/2	$Aa \rightarrow \frac{1}{2}q_n^2$
		1/4	$aa \rightarrow \frac{1}{4}.q_n^2$
Père / mère	Aa / aa	1/2	$Aa \rightarrow \frac{1}{2}.r_n.q_n$
		1/2	$aa \rightarrow \frac{1}{2}.r_n.q_n$
Père / mère	aa / Aa	1/2	$Aa \rightarrow \frac{1}{2}.r_n.q_n$
		1/2	$aa \rightarrow \frac{1}{2}.r_n.q_n$
Père / mère	aa / aa	1	$aa \rightarrow 1.r_n.r_n$

a/ $p_{n+1}=p(AA)=p_n^2+1/2.p_n.q_n+\ 1/2.p_n.q_n+1/4.q_n^2=\left(p_n+\frac{q_n}{2}\right)^2$

b/ $r_{n+1}=p(aa)=r_n^2+1/2.r_n.q_n+\ 1/2.r_n.q_n+1/4.r_n^2=\left(r_n+\frac{q_n}{2}\right)^2$

c/ On a $p_{n+1}+q_{n+1}+r_{n+1}=1$ $q_{n+1}=1-p_{n+1}-r_{n+1}=1-\left(p_n+\frac{q_n}{2}\right)^2-\left(r_n+\frac{q_n}{2}\right)^2$

4. a/ (Par recurrence)

Soit $n\in\mathbb{N}$: supposons que et montrons que $p_{n+1}-r_{n+1}=\alpha$

$p_{n+1}-r_{n+1}=\left(p_n+\frac{q_n}{2}\right)^2-\left(r_n+\frac{q_n}{2}\right)^2=p_n^2-r_n^2+p_nq_n-r_nq_n=(p_n-r_n).(p_n+r_n+q_n)$

$=(p_n-r_n).1=\alpha$

Conclusion : pour tout n on a $\boxed{p_n-r_n=\alpha}$

b/ $2r_n+q_n=r_n+1-p_n=1+(r_n-p_n)=1-\alpha$

c/ $2r_n+q_n=1-\alpha$ $q_n=1-\alpha-2r_n$ $r_{n+1}=\left(r_n+\frac{1-\alpha-2r_n}{2}\right)^2=\left(\frac{1-\alpha}{2}\right)^2$

r_n est constante p_n est constante (car $p_n=\alpha+r_n$)
et q_n est constante (car $q_n=1-\alpha-2r_n$)

EX 21 :

1. P(au moins un billet gagnant)=1-P(aucun billet gagnant)

$$=1-\frac{C_{50}^2}{C_{100}^2}=1-\frac{1225}{4950}=\frac{149}{198}$$

2. a/ p_n=1-P(aucun billet gagnant)

$$=1-\frac{C_n^2}{C_{2n}^2}=1-\frac{\frac{n!}{2!(n-2)!}}{\frac{(2n)!}{2!(2n-2)!}}=1-\frac{\frac{n.(n-1)}{2}}{\frac{(2n-1).2n}{2}}=1-\frac{n-1}{4n-2}=\frac{3n-1}{4n-2}$$

b/ $p_1=\frac{3-1}{4-2}=1$ explication : si 2 billets seulement sont mises en vente et qu'un promeneur achète les deux billets alors il est certain qu'il ait au moins un billet gagnant.

c/ pour tout entier n non nul on a :

$$\left.\begin{array}{l} p_n-\frac{3}{4}=\frac{3n-1}{4n-2}-\frac{3}{4}=\frac{1}{4.(2n-1)}\geq 0\Rightarrow p_n\geq\frac{3}{4} \\ p_n-1=\frac{3n-1}{4n-2}-1=\frac{-n+1}{4n-2}\leq 0\Rightarrow p_n\leq 1 \end{array}\right\}\Rightarrow \frac{3}{4}\leq p_n\leq 1$$

3. a/ Soit X l'aléa numérique égale au nombre de fois où il obtient au moins un billet gagnant.

X suit une loi binomiale de paramètres n=3 et $p=p_n=\frac{3n-1}{4n-2}$

q_n =p(X≥1)=1-p(X=0)=1-$C_3^0\left(\frac{3n-1}{4n-2}\right)^0\left(1-\frac{3n-1}{4n-2}\right)^3=1-\left(\frac{n-1}{4n-2}\right)^3$

b/ $\lim\limits_{n\to+\infty} q_n=\lim\limits_{n\to+\infty}1-\left(\frac{n-1}{4n-2}\right)^3=1-\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{63}{64}$

EX 22 :

1. Soit X l'aléa numérique égale au nombre de billets gagnants .
   X suit une loi binomiale de paramètres n=n et p=0,01.
   P(A)=P(X≥1)=1-P(X=0)=1-$C_n^0(0,01)^0.(0,99)^n=1-(0,99)^n$
2. P(A)>0,5⇔1-$(0,99)^n$>0,5⇔$(0,99)^n$<0,5 ⇔Ln($(0,99)^n$) <Ln(1/2)

   ⇔n.Ln(0,99)<-Ln(2) ⇔n. >-$\frac{Ln(2)}{Ln(0,99)}\approx 68,96$

   Conclusion : il faut qu'il achète au moins 69 billets

EX 23 :

1. $p_n=\frac{C_n^1.C_{2n}^2}{C_{3n}^3}=\frac{n.\frac{2n!}{2!(2n-2)!}}{\frac{3n!}{3!(3n-3)!}}=\frac{n.(2n-1).n}{\frac{(3n-2).(3n-1).n}{2}}=\frac{2n.(2n-1)}{(3n-2).(3n-1)}$

   Lim p_n=4/9 donc p=4/9
2. q_n=1-P(aucune boule rouge)

$$=1-\frac{C_{2n}^3}{C_{3n}^3}=1-\frac{\frac{2n!}{3!(2n-3)!}}{\frac{3n!}{3!(3n-3)!}}=1-\frac{\frac{(2n-2).(2n-1).2n}{6}}{\frac{(3n-2).(3n-1).3n}{6}}=1-\frac{(2n-2).(2n-1).2}{(3n-2).(3n-1).3}$$

Limq_n =Lim1-$\frac{2.(2n-1).(2n-2)}{3.(3n-1).(3n-2)}=1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}\Rightarrow q=\frac{19}{27}$

3. a/

P(obtenir une seule b rouge)=$\left(\frac{n}{3n}.\frac{2n}{3n}.\frac{2n}{3n}\right).3=\frac{4}{9}=p$

P(obtenir une seule boule rouge)=p

b/ P(obtenir au moins une boule rouge)=1-P(n'obtenir aucune b rouge)

=1-$\left(\frac{2n}{3n}\right)^3=1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}=$q

EX 24 :

1. a/ P(X=1)=1/n

b/ P(X=2)= $\frac{n-1}{n}.\frac{1}{n-1}=\frac{1}{n}$

c/ Loi de probabilité de X :

x_i	1	2	...	i	.....	n
$P(X=x_i)$	1/n	1/n	...	1/n	....	1/n

d/ E(X)= (1+2+...+n).1/n $=\frac{1+n}{2}$

V(X)= $E(X^2)-[E(X)]^2$

$=\frac{1}{n}.\sum_{k=1}^{n}k^2-\frac{(1+n)^2}{4}=\frac{1}{n}.\frac{n.(n+1)(2n+1)}{6}-\frac{(1+n)^2}{4}=\frac{.(n+1)(2n+1)}{6}-\frac{(1+n)^2}{4}=\frac{n^2-1}{12}$

2. a/ P(Y=1)=1/n

b/ P(Y=n-1)= $\frac{n-1}{n}.\frac{n-2}{n-1}.\frac{n-3}{n-2}....\frac{2}{3}.\frac{2}{2}=\frac{2}{n}$

c/ Loi de probabilité de Y :

y_i	1	2	...	i	.....	n-1
$P(Y=y_i)$	1/n	1/n	...	1/n	....	2/n

d/ E(Y)= (1+2+...+(n-2)).1/n +(n-1).2/n $=\frac{(n-1)(n+2)}{2n}$

V(Y)= $E(Y^2)-[E(Y)]^2=\frac{1}{n}.\sum_{k=1}^{n-1}k^2+\frac{(n-1)^2}{n}-\left[\frac{(n-1)(n-2)}{2n}\right]^2=$

$=\frac{n^4+24n^3-61n^2+48n-12}{12n^2}$

EX 25 :

1. Soit p le nombre de fois où face apparaît p+2 est le nombre de fois Où pile apparaît le nombre des lancers est p+p+2=2.(p+1) pair
2. P(le joueur gagne au plus au bout de 2 lancers)=P(pile ;pile)= $\frac{5}{12}.\frac{5}{12}=\frac{25}{144}$
3. P(le joueur gagne au plus au bout de 4 lancers)=
   p(gagne au bout de 2 lancers)+P(gagne au bout de 4 lancers)=

$$\frac{25}{144}+C_4^1.\left(\frac{5}{12}\right)^3.\left(\frac{7}{12}\right)^1$$

4. Soit n un entier naturel pair alors n=2p

P(le joueur gagne au plus au bout de n lancers)= $\sum_{k=1}^{p}C_{2k}^{k+1}.\left(\frac{5}{12}\right)^{k+1}.\left(\frac{7}{12}\right)^{k-1}$

5. P(le joueur gagne au plus au bout de 20 lancers)= $\sum_{k=1}^{10}C_{2k}^{k+1}.\left(\frac{5}{12}\right)^{k+1}.\left(\frac{7}{12}\right)^{k-1}$

EX 26 :

1. P(x=0,1)=P(x=0,0005)=P(x=0,99999)=0
2. P(x∈ [0,5 ;1]=$\frac{1-0,5}{1-0}=0.5$ (Loi uniforme)
3. P(x∈ [0,001 ;0,002]=$\frac{0,002-0,001}{1-0}=0.001$
4. P(x<0,99999)=$\frac{0,99999-0}{1-0}=0,99999$
5. P(x>0,99999)=1- P(x<0,99999) =0,00001

EX 27 :

1. P(2<X<5)=$\frac{5-2}{20-0}=\frac{3}{20}$ (Loi uniforme)
2. P(10<X<13)=$\frac{13-10}{20-0}=\frac{3}{20}$
3. P(x= 3)=0
4. P(X<3)=P(0<X<3)=$\frac{3-0}{20}=\frac{3}{20}$
5. P(X>3)=1- P(X<3)=1-P(0<X<3)=1- $\frac{3}{20}=\frac{17}{20}$

EX 28 :

1. a/ P(X=10)=0
   b/ P(X<10)=1-$e^{-0,2\times10}$=1-e^{-2}
   c/ P(X>10)=1-P(X<10)=e^{-2}
2. P(X≤c)=P(X≥c)⇔1-$e^{-0,2\times c}$= $e^{-0,2\times c}$⇔ $e^{-0,2\times c}$ =1/2⇔-0,2.c=-Ln(2)⇔c=5.Ln(2)

EX 29 :

1. P(5<d .d.vie<8)=$e^{-0,0005\times5}$ –$e^{-0,0005\times8}$ =$e^{-0,0025}$ –$e^{-0,004}$
2. P(d.d.vie>5)= $e^{-0,0005\times5}$ =$e^{-0,0025}$
3. P(d.d.vie>8)= $e^{-0,0005\times8}$ =$e^{-0,004}$

EX 30 :

1. P(X≤1)=1-$e^{-1,5\times1}$ =1-$e^{-1,5}$=0,777
   P(X≥2)=$e^{-1,5\times2}$ =e^{-3} =0,050
   P(1≤X≤2)= $e^{-1,5\times1}$- $e^{-1,5\times2}$= $e^{-1,5}$- e^{-3}=0,173
2. Désignons par A l'évènement :<<Le cylindre est accepté>>
   a/ P(A)=P(A/X≤1). P(X≤1)+P(A/1≤X≤2). P(1≤X≤2)
   = 1 . 0,777 + 0,8 . 0,173=0,9154
   b/ P(R/A)=P(1≤X≤2/A)= $\frac{P(R\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A\cap R)}{0,9154}=\frac{P(A/R).P(R)}{0,9154}$
   $=\frac{0,8\times P(1\le X\le 2)}{0,9154}=\frac{0,8\times0,173}{0,9154}=0,151$

EX 31:

1. $P(X>6)=0,3 \Leftrightarrow e^{-\lambda \times 6}=0,3 \Leftrightarrow -6\lambda=\ln(0,3) \Leftrightarrow \lambda=-\frac{Ln(0,3)}{6}=0,2$
2. 1 mois≈0,8 Année

   $P(t<X<t+0,08)=0,5 \Leftrightarrow e^{-0,2t}-e^{-0,2(t+0,08)}=0,5$

   $\Leftrightarrow e^{-0,2t}.(1-e^{-0,016})=0,5$

   $\Leftrightarrow e^{-0,2t}=\frac{0,5}{1-e^{-0,016}}$

   $\Leftrightarrow -0,2t=\ln(\frac{0,5}{1-e^{-0,016}})$

   $\Leftrightarrow t=-5.\ln(\frac{0,5}{1-e^{-0,016}})\approx 17,25$

   t=dix-sept ans et trios mois
3. La probabilité qu'une machine n'ait pas de panne au cours de deux Premières années de sa vie est : $P(X>2)=e^{-0,2\times 2}=e^{-0,4}$
4. Soit Y l'aléa numérique égal au nombre des machines ayant une durée de vie supérieure à deux ans .

   Y suit une loi binomiale de paramètres n=5 et $p=e^{-0,4}$

   La probabilité que dans ce lot il ait au moins une machine qui n'ait pas eu de panne au cours des deux premières années est :

   $P(Y\geq 1)=1-P(Y=0)=1-(e^{-0,4})^5=1-e^{-2}\approx 0,864$